

①

10

④

②

②

Q

7

1

1

נ/כית בניתר חסית - ו - פ - א/ורג ברחת 32.28 סר ממשור

$$A_\varphi(t) = L(\varphi|_{[a,t]}) = \int_a^t \dot{\varphi}(s) ds$$

$$A_\varphi'(t) = |\dot{\varphi}(t)|$$

$$(A_\varphi^{-1})'(s) = \frac{1}{A_\varphi'(A_\varphi^{-1}(s))} = \frac{1}{|\dot{\varphi}(A_\varphi^{-1}(s))|}$$

$$\dot{\varphi}(s) = \dot{\varphi}(A_\varphi^{-1}(s)) \cdot (A_\varphi^{-1})'(s) = \dot{\varphi}(A_\varphi^{-1}(s)) \cdot \frac{1}{|\dot{\varphi}(A_\varphi^{-1}(s))|}$$

$$\int_a^b f(x) |dx| = \int_\varphi f(x) |dx| = \int_a^b f(\varphi(s)) \cdot |\dot{\varphi}(s)| ds = \int_a^b f(\varphi(s)) ds$$

בניתר אלת בניתר המצוינות ל - פ - א/ורג ברחת 32.28 סר ממשור

$$L(\varphi|_{[0,s]}) = \int_0^s f(\varphi(s)) ds$$

$$\int_a^b f(x) |dx| = \int_a^b f(\varphi(s)) ds$$

א/ורג ברחת 32.28 סר ממשור

א/ורג ברחת 32.28 סר ממשור

$$g(t) = \int_a^t f(x) |dx|$$

$$g'(t) = f(\varphi(t))$$

$$\frac{g(t+h) - g(t)}{h} \rightarrow f(\varphi(t))$$

$$f(\varphi(t)) - \varepsilon < f(x) < f(\varphi(t)) + \varepsilon$$

$t < 0$ נסו $[t+h, t]$ $\lambda, \lambda \neq 0$ $h > 0$ נסו $[t, t+h]$ נסו $\lambda < 0$ $I = -\lambda \int_{t+h}^t$

$$h(\psi|_I) = |h| \quad \rightarrow \quad \frac{g(t+h) - g(t)}{h} = \frac{1}{|h|} \cdot \int_{\psi|_I} f(x) |dx|$$

נסו $|h| < \delta$ נסו

$$(f(\psi(t)) - \varepsilon) L(\psi|_I) = \int_{\psi|_I} (f(\psi(t)) - \varepsilon) |dx| \leq \int_{\psi|_I} f(x) |dx| \leq \int_{\psi|_I} (f(\psi(t)) + \varepsilon) |dx| = (f(\psi(t)) + \varepsilon) L(\psi|_I)$$

$$|h| (f(\psi(t)) - \varepsilon) \leq \int_{\psi|_I} f(x) |dx| \leq |h| (f(\psi(t)) + \varepsilon)$$

$$f(\psi(t)) - \varepsilon \leq \frac{1}{|h|} \int_{\psi|_I} f(x) |dx| \leq f(\psi(t)) + \varepsilon$$

$$\frac{g(t+h) - g(t)}{h}$$

$$g'(t) = f(\psi(t)) \quad \text{נסו} \quad \frac{g(t+h) - g(t)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} f(\psi(t)) \quad \text{נסו}$$

נסו $\lambda < 0$ נסו $\lambda > 0$ נסו $\lambda = 0$

$F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y) \mapsto \frac{1}{(x^2+y^2)^3} (x^3, y^3)$

$\varphi: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $t \mapsto (\frac{1-t}{2}, \frac{1+t}{2})$

$M^T = M$
 $\tilde{F} = \Lambda \circ F \circ \Gamma$
 $\tilde{F}(x, y) = \Lambda(F(y, x)) = \Lambda\left(\frac{1}{(y^2+x^2)^3} (y^3, x^3)\right) = \frac{1}{(x^2+y^2)^3} (x^3, y^3) = F(x, y)$

$\int_{\tilde{\gamma}} F \cdot dx = \int_{\Gamma^{-1} \circ \varphi} \tilde{F} \cdot dx = \int_{\varphi} F \cdot dx$
 $\int_{\tilde{\gamma}} F \cdot dx = - \int_{\gamma} F \cdot dx$
 $\int_{\gamma} F \cdot dx = 0 \iff \int_{\gamma} F \cdot dx = - \int_{\gamma} F \cdot dx \implies 1=0$

$\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{-1}^1 F(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt = \int_{-1}^1 \frac{1}{((\frac{1-t}{2})^2 + (\frac{1+t}{2})^2)^3} \cdot \left(\frac{1-t}{2}, \frac{1+t}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) dt$
 $= \int_{-1}^1 \frac{1}{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}t^2)^3} \cdot \frac{(1+t)^3 - (1-t)^3}{2^4} dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{6t + 2t^3}{(1+t^2)^3} dt = \int_{-1}^1 \frac{3t + t^3}{(1+t^2)^3} dt = 0$

$\int \frac{3t + t^3}{(1+t^2)^3} dt = \frac{1}{2} \int \frac{3+t^2}{(1+t^2)^3} \cdot 2t dt = \int \frac{2+u}{u^3} du = \int \left(\frac{2}{u^3} + \frac{1}{u^2} \right) du = -\frac{1}{u^2} - \frac{1}{u} = -\frac{1}{(1+t^2)^2} - \frac{1}{1+t^2}$
 $= -\frac{2+t^2}{(1+t^2)^2}$

נכונות $F = (P, Q)$ אוטונומית לבדיקת P, Q בזמן נגזרות

הזרימה רגילה $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ ומתקיים $\mathbb{R}^2 \setminus A$

לביטוי JF כמאחורי

אנחנו חסר לראות ש $F = G \circ \tau$ כאשר G מוגדרת 2.8.8

1- τ הפעולה $(x, y) \mapsto (x-a, y)$ אצל a ב-1 במישור

מתקיים $JF(x, y) = JG_{\tau(x, y)} \cdot J\tau(x, y)$ ~~$J\tau(x, y) = I$~~ $J\tau(x, y) = I$ (מאחורי הקצוות)

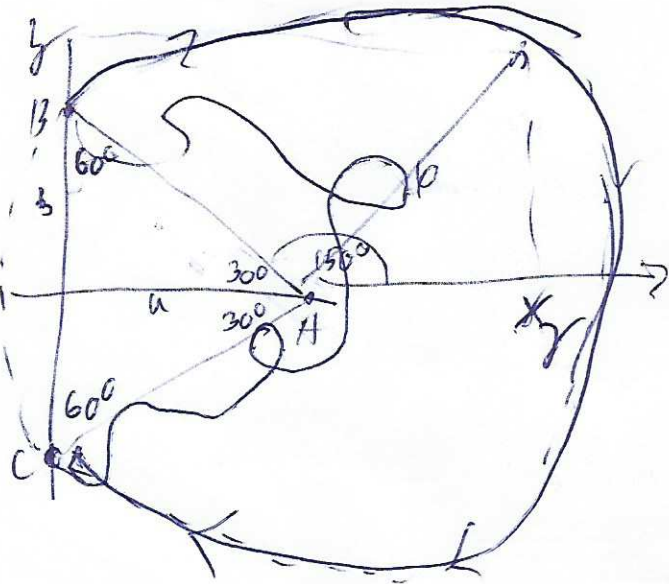
עכשיו $JF(x, y) = JG_{(x-a, y)}$ - ואם נוגדת 2.8.8 זאת האפשרות סימטרית

תמונת המפה φ מוכנסת בקבוצה המכונה $U = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) | x \geq a\}$

- קבוצת U בקבוצות במישור כולל קרן שמאלית A וכל קבוצות שמאל A L זריח

עכשיו שנת 4.8.8 $\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$ כאשר γ הוא לא מעלה שוליים U

אכן עכשיו תזכור 2.6.8 $\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$ ~~$\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$~~ A - $\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$ C - $\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$



הקבוצה U היא מעגל קטנות במישור A - $\int_{\gamma} F \cdot dx = \int_{\gamma} F \cdot dx$

ב $A + \sqrt{a^2 + b^2} (\cos t, \sin t)$

$-\frac{5\pi}{6} = -150^\circ \leq t \leq 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$

כיוון שהמעגל ABC סגור וזריח מתקיים

$2b = BC = AB = \sqrt{a^2 + b^2}$

$4b^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 3b^2 = a^2 \Rightarrow a = b\sqrt{3}$

$A + \sqrt{a^2 + b^2} (\cos t, \sin t) = (a, 0) + 2b (\cos t, \sin t)$

המפה φ היא $\gamma: [-\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}] \rightarrow U$ $t \mapsto (a + 2b \cos t, 2b \sin t)$

$\int_{\gamma} P dx - Q dy = \int_{\gamma} F \cdot d(x, y) = \int_{\gamma} F \cdot d(x, y) = \int_{-\frac{5\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} F(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t) dt =$

$= \int_{-\frac{5\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{(-2b \sin t, 2b \cos t)}{b^2} \cdot (-2b \sin t, 2b \cos t) dt = \int_{-\frac{5\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} 4 dt = \frac{70}{6} \pi = \frac{35}{3} \pi$