

① $A \subseteq \mathbb{R}^k$ אינסופית וחסומה: (ע) ציון: אם $z \in A$ אז ∂A אינסופית

חלוקה: אם $L \subseteq \mathbb{R}^k$ קבוצה קטנה-ממלית ולא חסומה, $L \cap A \neq \emptyset$ אז $L \cap A \neq \emptyset$

הוכחה: נניח $L \cap A \neq \emptyset$ ונניח $L \cap A = \emptyset$.
 אם $x \in A$ אז $x \in L$ כי $x \in L \cap A$.
 אם $x \in L$ אז $x \in A$ כי $x \in L \cap A$.
 כלומר $L \cap A = L$ וכל $x \in L$ אז $x \in A$.
 כלומר $L \subseteq A$.
 אם $L \cap A \neq \emptyset$ אז $L \subseteq A$ כי $L \cap A = L$ וכל $x \in L$ אז $x \in A$.
 אם $L \cap A = \emptyset$ אז $L \subseteq A$ כי $L \cap A = L$ וכל $x \in L$ אז $x \in A$.

נניח L_1, L_2 שתי מישורים חתכים ב- $\mathbb{R}^k$ (נניח שהם קבוצות בוקרס) A .
 אם $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$ אז $L_1 \cap L_2 \subseteq A$ כי $L_1 \cap L_2 \subseteq L_1$ וכל $x \in L_1 \cap L_2$ אז $x \in A$.
 אם $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ אז $L_1 \cap L_2 \subseteq A$ כי $L_1 \cap L_2 \subseteq L_1$ וכל $x \in L_1 \cap L_2$ אז $x \in A$.

$F_i = \{L \mid L \cap A \neq \emptyset, L \text{ איננה חסומה}\}$

$\bigcup_{L \in F_i} L \cap A \subseteq A$
 קבוצה זוגית ואינסופית
 כלומר A איננה חסומה

אם $L \in F_i$ אז $L \cap A \neq \emptyset$ וכל $x \in L \cap A$ אז $x \in A$.
 אם $L \in F_i$ אז $L \cap A \neq \emptyset$ וכל $x \in L \cap A$ אז $x \in A$.

$$A = A \cap A = \left(\bigcup_{L \in F_1} L \right) \cap \left(\bigcup_{L \in F_2} L \right) \subseteq \left(\bigcup_{L \in F_1} L \right) \cap \left(\bigcup_{L \in F_2} L \right) = \bigcup_{L \in F_1} (L \cap \bigcup_{L \in F_2} L) = \bigcup_{L \in F_1} (L \cap L) = \bigcup_{L \in F_1} L$$

אם A איננה חסומה אז $A \cap A \neq \emptyset$ כי $A \cap A \subseteq A$ וכל $x \in A \cap A$ אז $x \in A$.
 אם A איננה חסומה אז $A \cap A \neq \emptyset$ כי $A \cap A \subseteq A$ וכל $x \in A \cap A$ אז $x \in A$.

② אם $A = [0, \infty)$ אז A אינסופית וחסומה $\partial A = \{0\}$

אם $A = [0, \infty)$ אז A אינסופית וחסומה $\partial A = \{0\}$.
 אם $A = [0, \infty)$ אז A אינסופית וחסומה $\partial A = \{0\}$.

(2) ב. אלו $(x,y) \in A$ נקרא את כמות g :

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$z \mapsto xe^z + ye^{-z} + z$$

אם נוקט ב-1 (כמות וכו') ובה z אז $g(0)=1$

$$g(0)=1 \quad \left\{ \begin{array}{l} g(0)=xe^0+ye^0+0=x+y \leq 1 \\ g(1)=xe^1+ye^{-1}+1 \geq 0+0+1 \geq 1 \end{array} \right.$$

יש אילו c סדר כמות בקט $[0,1]$ כי g נמוך ב-1 ו- ∞ $0 \leq c_1 < c_2 < \infty$

$$g(c_1)=g(c_2)$$

אם נמנה g כולל מ-1: יש נקודות $c_1 < c_2$ כך $g'(c_1)=0$

$$xe^z - ye^{-z} + 1 = 0 \quad \text{כאשר} \quad g'(z) = xe^z - ye^{-z} + 1$$

$$g=e^z \geq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \Leftrightarrow xe^z = ye^{-z} \Leftrightarrow 1 \leq y+1 \leq 1-x+1 = -x \leq 0 \end{array} \right.$$

$$xe^z + ye^{-z} \geq 1$$

אם נמנה g : $(x,y) \in A$ אז $g(z)=1$ ו- z כמות z $xe^z + ye^{-z} \geq 1$ ו- $g(z)=1$ $xe^z + ye^{-z} \geq 1$ $g(z)=1$ $xe^z + ye^{-z} \geq 1$ $g(z)=1$ $xe^z + ye^{-z} \geq 1$

$$xe^{f(x,y)} + ye^{-f(x,y)} = 1$$

אם נמנה g $0 \leq f(x,y) \leq 1$ $g(x,y) \in A$ $0 \leq f(x,y) \leq 1$

$$e^{-1} \leq e^{-f(x,y)} \leq e$$

$$xe^{f(x,y)} + ye^{-f(x,y)} \leq xe^1 + ye^0 \leq e(x+y) \leq e$$

$$f(x,y) = 1 - xe^{f(x,y)} - ye^{-f(x,y)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \cdot e^{f(x,y)} \xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)} 0 \\ y \cdot e^{-f(x,y)} \xrightarrow{(x,y) \rightarrow (0,0)} 0 \end{array} \right.$$

$$(x,y) \rightarrow (0,0) \quad 1 - 0 - 0 = 1$$

$$A \cap \partial A = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$$

$$G \cap f(A \cap \partial A) = \{(x,y,z) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x+y \leq 1, xe^z + ye^{-z} + z = 1\}$$

$$= \{(x,y,z) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x+y \leq 1, y = (1-x)e^{-z} - xe^z\}$$

$$= \{(x,y,z) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, x+y \leq 1\}$$

$A \cap B = \{ (x, y) \mid x \geq 0, y > 0, x + y < 1 \}$ (1) (2)

(לאת בקור כתובת שמואל ב-A אל זיון בג בקורות שמואל A,
וכל בקור שם A שמואל בקבור לזאת בלחץ אחריו שמואל $\sigma=0$, $y=1$
זאת שמואל בקור (שמואל A).

$$S = G(f|_{A \setminus \partial A}) = \{ (x, y, z) \mid x > 0, y > 0, x+y < 1, z \geq 0, x e^z + y e^{-z} + z = 1 \}$$

$$x+y = xe^0 + ye^0 + 0 = 1 \quad \wedge \wedge \wedge \wedge \quad z \neq 0 \quad \text{für } (x, y, z) \in S \quad \wedge \wedge$$
$$z = 1 - xe^z - ye^{-z} < 1 \quad \text{if } z < 1 \text{ and}$$

$$S = \{(x, y, z) \mid x > 0, y > 0, 0 < z < 1, x + y < 1, y = (1-z)e^z - xe^{2z}\}$$

$$= \left\{ (x, (1-z)e^z - xe^{2z}, z) \mid x > 0, (1-z)e^z - xe^{2z} > 0, 0 < z < 1, x + (1-z)e^z - xe^{2z} \leq 1 \right\}$$

$$\Omega = \left\{ (x, z) \mid x > 0, \begin{aligned} (1-z)e^z - xe^{2z} &> 0 \\ x + (1-z)e^z - xe^{2z} &< 1, \end{aligned} 0 \leq z < 1 \right\} \quad \therefore \text{NO}$$

התקבלו 23.3.10 2 כ"א חתום על קבלת כתובת ב 12^ל

28, 102 2126 10d

2. קבוצת פתוחה ב- $\mathbb{R}^2$

h: $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $(x, z) \mapsto (x, (1-z)e^z, ze^z)$

[illegible]

$$h(A) = \int \dots$$

המרחק בין הנקודות $h^{-1}(s) \rightarrow \Omega$

$$(x, y, z) \mapsto (x, z)$$

מאת ברוך רובינשטיין

[illegible]

(2. 2. 2)

(3)

אם φ כונקציה קבוצתית, כלומר יש $\alpha \in \mathbb{R}$ כך ש
 $x \in \mathbb{R}^{k-1}$ לכל $\varphi(x) = \alpha$

אז
לכן f כונקציה ליניארית ולכן היא חזקה, לכל $x_1, \dots, x_{k-1}, x_k$ $f(x_1, \dots, x_{k-1}, x_k) = \alpha \cdot x_k$
(בין אם $x_k \neq 0$ ובין אם $x_k = 0$)

נניח ש f - עיצור ב $0^{[k]}$ ונניח ש φ כונקציה קבוצתית.
כל $u \in \mathbb{R}^{k-1}$ ונבחר v כזו ש $u = (v, 1) \in \mathbb{R}^k$

נבחר f בכיוון v : $f|_{0,u}$
 $f|_{0,u}(t) = f(tu) = f(t(v, 1)) = t \cdot \varphi(v)$

לכן $\nabla_u f(0) = (f|_{0,u})'(0) = \varphi(v)$
בכיוון $v=0$ $u=e_k$ וכן:

$\frac{\partial f}{\partial x_k}(0) = \nabla_{e_k} f(0) = \varphi(0)$

עבור $1 \leq i < k$ נבחר f בכיוון e_i : $f|_{0,e_i}(t) = f(te_i) = 0$
 $\frac{\partial f}{\partial x_i}(0) = \nabla_{e_i} f(0) = (f|_{0,e_i})'(0) = 0$

לכן $\nabla f(0) = (0, 0, \dots, 0, \varphi(0)) = (0^{[k-1]}, \varphi(0))$

f חזקה ב 0 ולכן f היא חזקה : 1.2.3
 $\nabla_u f(0) = u \cdot \nabla f(0) = (v, 1) \cdot (0^{[k-1]}, \varphi(0)) = v \cdot 0^{[k-1]} + 1 \cdot \varphi(0) = \varphi(0)$

אם v כיוון v $\nabla_u f(0) = \varphi(v)$ ולכן $\varphi(v) = \varphi(0)$ לכל $v \in \mathbb{R}^{k-1}$
כלומר φ כונקציה קבוצתית ב $\mathbb{R}^{k-1}$

$$\begin{aligned} x: t &\mapsto r \cdot \cos t \\ y: t &\mapsto r \cdot \sin t \end{aligned}$$

אם

$r \in [0, \infty)$ מסמך אישולי קבוע

נחזור שתי כונקציות $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ x, y

שניהן איזומטריות ומתקיימת

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'(t) = -r \sin t = -y(t) \\ y'(t) = r \cos t = x(t) \end{cases}$$

החיסור של $\mathbb{R}^2$ (עגל) $\mathbb{R}^2$ - גזירה - $\dot{g} = (x', y') = (-y, x)$

תהי $h = f \circ g$ $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ - h גזירה $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ו/או h בסדר גזירות h גזירה $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ומתקיים

$$h' = (df + dg) \circ \dot{g} = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \circ g, \frac{\partial f}{\partial y} \circ g \right) \cdot (-y, x) = x \cdot \frac{\partial f}{\partial y} \circ g - y \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \circ g$$

$$h'(t) = x(t) \cdot \frac{\partial f}{\partial y}(x(t), y(t)) - y(t) \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(x(t), y(t)) = 0$$

כל הנחות בשאלה

עכשיו h כונקציה קבועה $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

כל נכון לכל r ממשי אישולי קבוע r מסמך r ו/או r מסמך r ו/או r מסמך r

בנק $h(t) = \varphi(r)$ $t \in \mathbb{R}$

כעת יהי $V \in \mathbb{R}^2$ V מסמך V ו/או V מסמך V ו/או V מסמך V

אם $V = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ $r = |V|$ $\theta = \arg(V)$ $V = (x(\theta), y(\theta)) = g(\theta)$

$$V = (x(\theta), y(\theta)) = g(\theta)$$

$$f(V) = f \circ g(\theta) = h(\theta) = \varphi(r) = \varphi(|V|)$$

בגזירת $f(V)$ נקבל $f(V) = \varphi(|V|)$ $V \in \mathbb{R}^2$ $f(V) = \varphi(|V|)$ $V \in \mathbb{R}^2$

נזכור ש- f גזירה כל $t \in [0, \infty)$ $f(t) = \varphi(t)$ $t \in [0, \infty)$

$$f(t) = \varphi(t) \quad f'(t) = \varphi'(t) \quad f(t) = \varphi(t) \quad f'(t) = \varphi'(t)$$

מחזרת שגוף - φ גזירה מוחלטת $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\varphi(t) = \varphi(t)$ $t \in \mathbb{R}$

$$\varphi'(0) = \varphi'(0)$$

אם φ גזירה מוחלטת $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\varphi(t) = \varphi(t)$ $t \in \mathbb{R}$ $\varphi(t) = \varphi(t)$ $t \in \mathbb{R}$

$$\varphi'(0) = \varphi'(0) = \varphi'(0) = \varphi'(0)$$

ואם φ גזירה מוחלטת $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\varphi(t) = \varphi(t)$ $t \in \mathbb{R}$ $\varphi(t) = \varphi(t)$ $t \in \mathbb{R}$

$$\partial_u f(0) = (f|_{\sigma, u})'(t) \quad : u \in \mathbb{R}^2 \quad \text{Ltd} \quad (2) \quad (c)$$

$$f|_{0, u}(t) = f(t \cdot u) = \varphi(|t \cdot u|) = \varphi(|t| \cdot |u|)$$

$$\partial_u f(0) = 0 \Leftrightarrow (f|_{0, u})'(0) = 0 \quad : \text{for } |u| > 0 \quad \text{then } f|_{0, u}$$

$$\partial_u f(0) = \nabla f(0, 0) \cdot u \quad : \text{for } |u| > 0 \quad \text{then } f|_{0, u}$$

$$u \in \mathbb{R}^2 \quad \text{Ltd} \quad \nabla f(0, 0) \cdot u = 0 \quad \text{for}$$

$$\nabla f(0, 0) = 0 \Leftrightarrow |\nabla f(0, 0)|^2 = \nabla f(0, 0) \cdot \nabla f(0, 0) = 0 \quad \text{for}$$

(5) (6) $f_1 = (a, y, c)$ היות f_1 מוגדר על $\mathbb{R}^3$ כפונקציה

נחשב על אחת מהן יחסית ולכן f_1 וטוריות

• c : היות פונקציה רגולרית ולכן f_1 פונקציה

• a : היות מכאן f_1 פונקציה רגולרית $z \rightarrow (z, y, c)$ הרכבה

על פונקציה רגולרית $\cos$ היות פונקציה רגולרית $(x, y, c) \rightarrow \cos(x, y, c)$
ולכן a וטוריות

• y : $y \rightarrow \cos y$ היות פונקציה רגולרית $(x, y, c) \rightarrow \cos y$ היות פונקציה רגולרית

$e^{x-y} \rightarrow (x, y, c) \rightarrow e^{x-y}$ היות פונקציה רגולרית e^{x-y} היות פונקציה רגולרית

מכאן f_1 היות פונקציה רגולרית, וההרכבה על פונקציות
החיסור (שהיא פונקציה רגולרית) $(x, y, c) \rightarrow x - y$ היות פונקציה רגולרית
היות פונקציה רגולרית

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות
חשב f_n וטוריות $f_{n+1} = f_n \circ f_1$ וטוריות
חשב f_n וטוריות f_n וטוריות

(2) נחשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות

$$Jf_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial a}{\partial x} & \frac{\partial a}{\partial y} & \frac{\partial a}{\partial z} \\ \frac{\partial b}{\partial x} & \frac{\partial b}{\partial y} & \frac{\partial b}{\partial z} \\ \frac{\partial c}{\partial x} & \frac{\partial c}{\partial y} & \frac{\partial c}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z \sin(x+y) & -z \sin(x+y) & \cos(x+y) \\ -e^{x-y} & -\sin y & e^{x-y} \\ 0 & \frac{1}{1-z} & \frac{1-y}{(1-z)^2} \end{pmatrix}$$

כל היותי האחרונה היות פונקציה רגולרית, שאלוהיה f_1 וטוריות

כל פונקציה (x, y, c) חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות

היות פונקציה רגולרית f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

רגולריות $f_1 \leq f_1$ היות פונקציה רגולרית f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

חשב f_1 וטוריות f_1 וטוריות f_1 וטוריות

$$\leq (Jf_{1,0})^2 = (Jf_{1,0})^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = I \leq (Jf_{1,0})^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \leq Jf_{1,0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Jg_0 = Jf_{2020,0} = (Jf_{1,0})^{2020} = (Jf_{1,0})^{505} = I^{505} = I$$